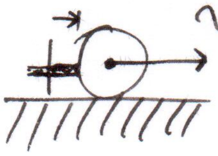
ÜBUNGSBLATT

Dynamik

1) a)



$v_E = 35\,\frac{km}{h}$

$t = 0{,}09\,s$

$m = 35\,kg$

$F = ?$

$\Delta p = ?$

$v_E' = ?$

Berechnen der Kraft:

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \cdot \frac{v_E - v_A}{t_E - t_A} = m \cdot \frac{v_E}{t_E} =$$

$$= 35\,kg \cdot \frac{35\,\frac{km}{h}}{\frac{9}{100}\,s} = \frac{35^2\,kg\,\frac{km}{3600\,s}}{\frac{9s}{100}} = \frac{\frac{35\,km \cdot kg}{3600\,s}}{\frac{9s}{100}} =$$

$$= \frac{3500\,km \cdot kg}{32400\,s^2} = \frac{3500 \cdot 10^3\,m \cdot kg}{3{,}24 \cdot 10^4\,s^2} =$$

$$= \frac{3{,}5 \cdot 10^3 \cdot 10^3\,m \cdot kg}{3{,}24 \cdot 10^4\,s^2} = \frac{3{,}5}{3{,}24} \cdot 10^{6-4}\,\underbrace{\frac{m \cdot kg}{s^2}}_{N} =$$

$$\approx \underline{\underline{1{,}08 \cdot 10^2\,N}} = 108\,N$$

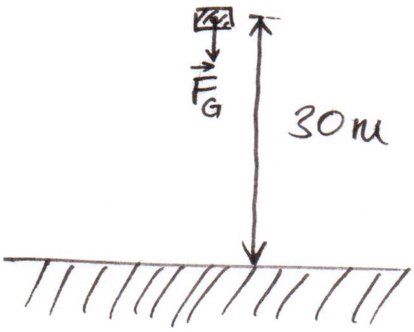
$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \Delta p = F \cdot \Delta t = 108\,N \cdot 0{,}09\,s =$$

$$= 9{,}72\,N \cdot s = \underline{\underline{9{,}72\,\frac{m}{s} \cdot kg}}$$

$v_E' = v_E$ = konstant (1. Axiom von Newton)

Es hat eine Kraft von 108 N gewirkt, die zu einer Änderung des Impulses von 9,72 Ns geführt hat. Da keine Kraft mehr auf den Körper nach dem Stoß gewirkt hat, bleibt die Geschwindigkeit konstant (1. Axiom von Newton)

b)



$m = 75\,kg$
$h = 30\,m \quad (=s)$
$v_E = ?$
$F_G = ?$

$$F_G = m \cdot g = 75\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} = 735{,}75\,\underbrace{kg \cdot \frac{m}{s^2}}_{N} = \underline{\underline{735{,}75\,N}}$$

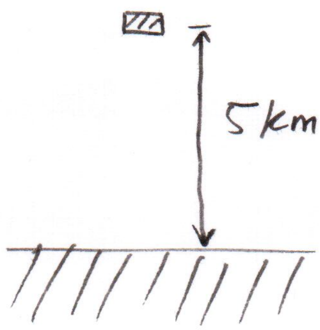
$$v_E^2 = 2gs \quad \text{(Formel von Galilei)}$$

$$v_E = \sqrt{2gs} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 30\,m} = \sqrt{588{,}6\,\frac{m^2}{s^2}} =$$

$$= \underline{\underline{24{,}26\,\frac{m}{s}}}$$

Der Körper wird mit einer Kraft von 735,75 N von der Erde angezogen. Er bewegt sich mit einer Beschleunigung von $9{,}81\,\frac{m}{s^2}$ und erreicht eine Endgeschwindigkeit von $24{,}26\,\frac{m}{s}$.

c)



$m = 50\,kg$
$h = 5\,km$
$E_{pot} = ?$
$E_{kin} = ?$

$$E_{pot} = m\cdot g\cdot h = 50\,kg\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot 5\,km =$$

$$= \underbrace{50\cdot 9{,}81\cdot 5\cdot 10^3}_{2452{,}5}\ \underbrace{kg\cdot\frac{m}{s^2}}_{N}\cdot m = 2452{,}5\cdot 10^3\ \underbrace{Nm}_{J} =$$

$$= 2{,}45\cdot \underbrace{10^6}_{M\ (Mega)}\ J = \underline{\underline{2{,}45\,MJ}}$$

$E_{kin} = 0$ (da $v_A = 0$)

Kurz vor dem Aufprall:

$E_{pot} = 0$ (da $h = 0$)

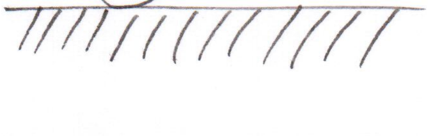
$E_{kin} = \frac{m v_E^2}{2}$ wobei v_E mit Galilei folgt:

$$E_{kin} = \frac{m}{2}\cdot\underbrace{2gh}_{v_E^2} = m\cdot g\cdot h = \text{siehe oben} = \underline{\underline{2{,}45\,MJ}}$$

In der Höhe von 5 km besitzt der Körper eine potentielle Energie von 2,45 MJ (Megajoule). Kurz vor dem Aufprall wurde diese Energie in Bewegungs-Energie (kinetische Energie) "umgewandelt" (da $E_{pot} = 0$).

d)

$v_A = 40\,\frac{km}{h}$



$\Delta v = 50\,\frac{km}{h}$ $m = 1\,kg$

$E_{kin}^A = ?$

$E_{kin}^B = ?$

$v\Big|_{E_{kin} = \frac{E_{kin}^A}{2}} = ?$

$$E_{kin}^{A} = \frac{m v_A^2}{2} = \frac{1\,kg \cdot \left(40\,\frac{km}{h}\right)^2}{2} = \frac{1\,kg \cdot 40^2 \cdot \frac{km^2}{h^2}}{2} =$$

$$= \frac{1600\,\frac{km^2}{h^2}}{2} \cdot kg = 800\,\frac{(10^3 m)^2}{(3600\,s)^2} \cdot kg =$$

$$= 800\,\frac{10^6 m^2 \cdot kg}{1{,}296 \cdot 10^7 s^2} = \frac{8 \cdot 10^2 \cdot 10^6 m^2 \cdot kg}{1{,}296 \cdot 10^7\, s^2} = \underbrace{\frac{8}{1{,}296}}_{6{,}173} \cdot 10^{2+6-7} \frac{m^2}{s^2} kg$$

$$\cong 6{,}173 \cdot 10^1 \frac{m^2}{s^2} \cdot kg = 61{,}73\,\underbrace{Nm}_{J} = \underline{\underline{61{,}73\,J}}$$

$$v_B = v_A + \Delta v = 50\,\frac{km}{h} + 40\,\frac{km}{h} = 90\,\frac{km}{h}$$

$$\Rightarrow E_{kin}^{B} = \frac{m v_B^2}{2} = \frac{1\,kg \cdot \left(90\,\frac{km}{h}\right)^2}{2} = 0{,}5\,kg \cdot 90^2\,\frac{km^2}{h^2} =$$

$$= 0{,}5 \cdot 90^2\,kg \cdot \frac{(10^3 m)^2}{(3600\,s)^2} = 0{,}5 \cdot 8100\,kg\,\frac{10^6 m^2}{1{,}296 \cdot 10^7 s^2} =$$

$$= \frac{0{,}5}{1{,}296} \cdot 8{,}1 \cdot 10^3 \cdot 10^{6-7}\,\underbrace{kg\,\frac{m^2}{s^2}}_{N \cdot m} = \underbrace{\frac{0{,}5 \cdot 8{,}1}{1{,}296}} \cdot 10^{3+6-7}\,Nm$$

$$= 3{,}125 \cdot 10^2\,Nm = \underline{\underline{312{,}25\,Nm}} \left(= \overset{3{,}125}{\frac{312{,}25\,Nm}{61{,}73\,Nm}} \cdot E_{kin}^{A} = 5{,}06\,E_{kin}^{A} \right)$$

$$E_{kin} = \frac{E_{kin}^{A}}{2} \Rightarrow \frac{m v_A^2}{2} = \frac{m v^2}{2 \cdot 2} \quad \Big|\, :m$$

$$E_{kin} \overset{\text{Soll}}{=\!=} \frac{E_{kin}^{A}}{2}$$

$$\frac{m v^2}{2} = \frac{m v_A^2}{4} \quad \Big| \cdot 2$$

$$m v^2 = \frac{m v_A^2}{2} \quad \Big| : m$$

$$v^2 = \frac{v_A^2}{2} \quad \Big| \sqrt{\ldots}$$

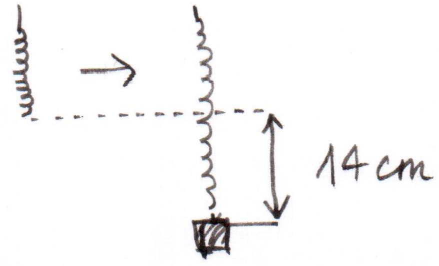
$$v = \sqrt{\frac{v_A^2}{2}}$$

$$v = \frac{v_A}{\sqrt{2}} = \frac{40\,\frac{km}{h}}{\sqrt{2}} = \frac{40}{\sqrt{2}}\,\frac{km}{h} \approx \underline{\underline{28{,}28\,\frac{km}{h}}}$$

$$\left(\text{d.h.} \quad \frac{v}{v_A} = \frac{\frac{40}{\sqrt{2}}}{40} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 70{,}71\,\% \right)$$

Der Körper besitzt eine kinetische Energie von 61,73 J. Seine kinetische Energie ist ca. 5 mal (5,06) so groß, wenn er seine Geschwindigkeit um 50 $\frac{km}{h}$ erhöht. Würde sich der Körper nur mit 28,28 $\frac{km}{h}$ bewegen (d.h. nur mit 70,71% seiner anfänglichen Geschwindigkeit) hätte er seine kinetische Energie halbiert.

e)



$m = 45\,kg$

$x = 14\,cm$

$F_F = ?$

$D = ?$

$F_F = F_G$ nach dem 1. Axiom von Newton

$$F_F = m\cdot g = 45\,kg\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} = 441{,}45\,\underbrace{\frac{kg\,m}{s^2}}_{N} = \underline{\underline{441{,}45\,N}}$$

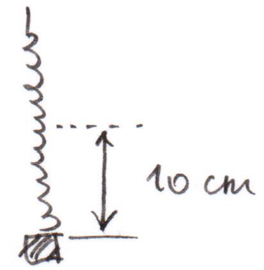
$$F_F = Dx \quad \Big|:x \quad \Rightarrow \quad \frac{F_F}{x} = D$$

$$D = \frac{F_F}{x} = \frac{441{,}45\,N}{14\,\underbrace{cm}_{10^{-2}\,(centi)}} = \frac{441{,}45\,N}{14\cdot 10^{-2}\,m} \cong \frac{4{,}41\cdot 10^{2}\,N}{1{,}4\cdot 10^{-1}\,m} =$$

$$= \frac{4{,}41}{1{,}4}\cdot 10^{2+1}\,\frac{N}{m} = 3{,}15\cdot 10^{3}\,\frac{N}{m} = \underline{\underline{3150\,\frac{N}{m}}}$$

Die Federkraft ist 441,45N und die Federkonstante, D, beträgt 3150 $\frac{N}{m}$.

f)



$m = 10\,kg$

$x = 10\,cm$

$$E_{pot} = \frac{Dx^2}{2}$$

Zunächst gilt $F_F = F_G = mg = 10\,kg\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} = \underline{\underline{98{,}1\,N}}$

$$\frac{F_F}{x} = D \text{ (von oben)} \Rightarrow D = \frac{98{,}1\,N}{10\cdot 10^{-2}\,m} = \frac{98{,}1\,N}{10^{-1}\,m} = \frac{9{,}81\cdot 10\,N}{10^{-1}\,m} =$$

$$= 9{,}81\cdot 10^{2}\,\frac{N}{m} = \underline{\underline{981\,\frac{N}{m}}}$$

$$\Rightarrow E_{pot} = \frac{Dx^2}{2} = \frac{981\,\frac{N}{m}\cdot(10\,cm)^2}{2} = \frac{9{,}81\cdot 10^{2}\,\frac{N}{m}\cdot(10^{-1}\,m)^2}{2} =$$

$$= \frac{9{,}81 \cdot \cancel{10^2} \cdot \cancel{10^{-2}}}{2} \cdot \frac{N}{\cancel{m}} \cdot m^{\cancel{2}} = 4{,}905 \cdot \underbrace{Nm}_{J} = \underline{\underline{4{,}905\,J}}$$

Die Feder besitzt bei einer Auslenkung aus der Ruhelage von 10 cm eine potentielle Energie von 4,905 J und eine Federkonstante von 981 $\frac{N}{m}$.